ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ КООРДИНАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК ФОРМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ БАЗ ЗЕРКАЛЬНЫХ ОБЪЕКТИВОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЛА ТОЧЕК КОНТРОЛЯ

М.Ф. Данилов, А.П. Иванова

Научно-исследовательский институт оптико-электронного приборостроения

В докладе рассматриваются актуальные вопросы разработки методов оценки погрешности координатных измерений характеристик формы геометрических баз зеркальных объективов. Для проверки адекватности предложенных аналитических моделей экспериментальным результатам применялись статистические методы исследований.

При использовании КИМ для сборки объективов основной составляющей погрешности сборки является погрешность измерения линейных и угловых децентрировок оптических поверхностей зеркал относительно геометрических баз [1]. В качестве геометрических баз обычно используются цилиндрические боковые поверхности зеркал, тыльные плоские поверхности зеркал, посадочные поверхности втулок крепления. По опыту авторов [1], полученному при серийной сборке двух-зеркальных объективов, реальная децентрировка зеркал относительно центра цилиндрической боковой поверхности и нормали к посадочному фланцу существенно превышает допустимые отклонения (до 20 раз). Поэтому при сборке объективов с использованием собственных геометрических баз необходимо предварительно определить положение осей асферических зеркал относительно баз с требуемыми допусками положения оси поверхности зеркала.

Значительное влияние на качество сборки оказывает также погрешность определения положения зеркал в корпусе объектива. Её минимизация требует ужесточения допусков на плоскостности тыльной и круглости боковой поверхности зеркал, или их оправ.

Согласно ГОСТ 28187-89. «Отклонения формы и расположения поверхностей. Общие требования к методам измерений» допустимая величина погрешности контроля характеристик формы геометрического элемента изделия» определяется допуском на соответствующий параметр. При этом, обычно, величина погрешности составляет 20 – 30 % от допуска. Таким образом, ужесточение допусков диктует, в свою очередь, необходимость уменьшения погрешности измерений характеристик формы.

Цель настоящей работы заключается в разработке методов оценки погрешности координатных измерений характеристик формы, таких как плоскостность, круглость и цилиндричность, на основе аналитических выражений, в зависимости от числа точек контроля на поверхности исследуемого геометрического элемента. Для проверки адекватности аналитических моделей экспериментальным результатам используются статистические методы исследования на основе метода Монте-Карло, определяется область их применения с оценкой доверительной вероятности того, что погрешность измерений не превышает заданную величину.

Простые аналитические модели для оценки погрешности координатных измерений геометрических параметров механических деталей предложены в [2, 3]. При их построении было принято, что распределение координат точек контролируемой поверхности детали подчиняется нормальному закону. В этих моделях характеристики формы геометрических элементов δ, такие как плоскостность, круглость, цилиндричность, занимают особое место, так как они используются для оперативной оценки средних квадратических погрешностей (СКП) измерений координат точек контроля на поверхности детали.

Обычно, для оценки погрешности используется метод многократных измерений. При этом следует отметить, что этот метод требует большого числа опытов в случае, когда требуется высокая точность (малая погрешность) и высокая доверительная вероятностью $P \geq 0{,}99$. Поэтому очень часто в качестве инструмента оценки погрешности используется метод Монте–Карло [4], который обеспечивает более высокую скорость оценки, чем экспериментальный. Отметим, что для надежного определения доверительной вероятности, с точностью до второго знака после запятой число опытов N должно быть не менее 1000.

Для реализации метода Монте-Карло, авторами была разработана программа на языке VBA с использованием библиотечных функций пакета «Статистический анализ» программы Microsoft Excel. Из исходного массива координат точек первичной выборки большого объема по случайному закону формировались вторичные выборки с различным числом точек контроля n (меньшего объема) с общим числом опытов N = 1000 для каждого набора точек. Чтобы определить характеристики формы геометрического элемента по данным вторичной выборки находится максимальное и минимальное значение координат Δr_{max}, Δr_{min} и, соответственно, размах $\delta = \Delta r_{max} - \Delta r_{min}$.

Данные точек контроля были получены способом предварительного дискретного сканирования в сечении боковой поверхности зеркала с помощью координатно-измерительной машины (КИМ). В дальнейшем значения координат измеренных точек экспортировались в текстовый файл в формате *xyzijk*, используемом в программе PC DMIS.

Для оценки круглости декартовые координаты преобразуем в полярные в системе координат с началом в центре окружности x_0, y_0, и из полярного радиуса вычтем радиус окружности R_0

$$\varphi_i = arctg(y_i / x_i); \quad \Delta r_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - R_0, \qquad (1)$$

где i = 1, 2, …1024. Параметры окружности x_0, y_0, R_0 определяются в программе PC DMIS методом наименьших квадратов. На рисунке 1 представлен график функция $\Delta r_i(\varphi_i)$, построенный в соответствии с (1).

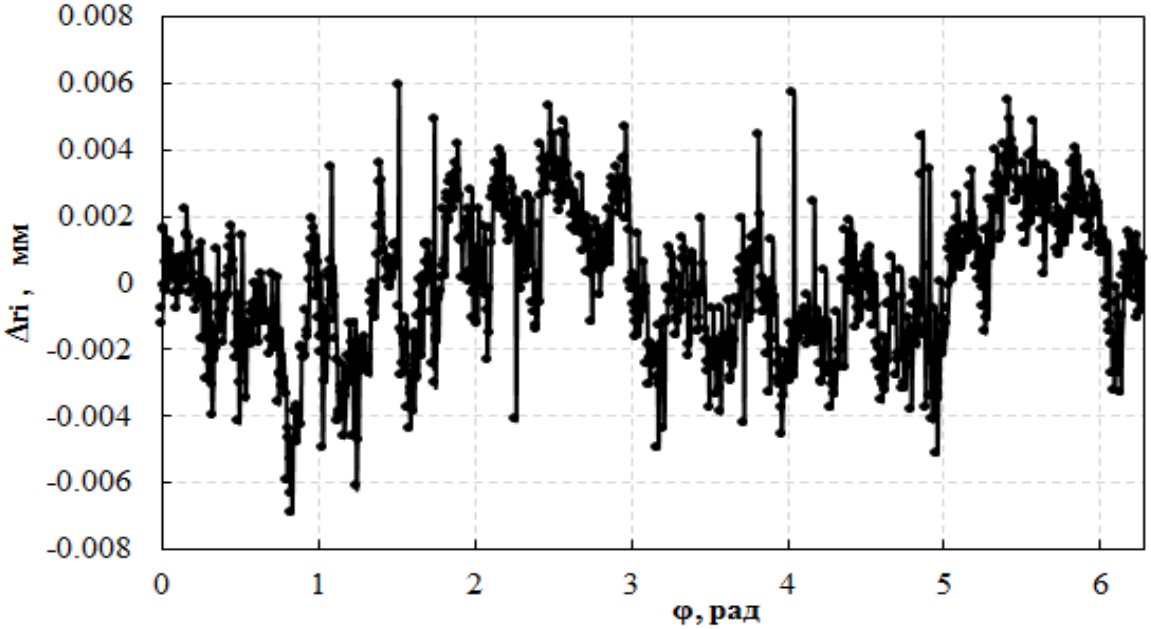

Рисунок 1. Исходная выборка.

Кроме случайной составляющей на графике угадывается регулярное изменение координат точек контроля с периодом приближенно равным половине всего интервала наблюдения 2π. Проанализировав возможные причины, можно сделать вывод, что

отмеченная особенность выборки связана с тем, что измеряемая деталь имеет форму эллипса с небольшим эксцентриситетом $\varepsilon \sim 10^{-5}$.

Рассмотрим условия, оказывающие наиболее сильное влияние на погрешность измерений характеристик формы. В первом случае основной вклад в погрешность вносит сам объект контроля, погрешность изготовления геометрических элементов которого много больше, чем составляющая погрешности, обусловленная средством измерения [2]. Эта ситуация, чаще всего, встречается при решении практических задач контроля геометрических параметров механических деталей.

Во втором случае погрешность изготовления детали оказывается одного порядка с погрешностью средства измерения. Тогда измерение геометрических параметров с высокой точностью является нетривиальной задачей и требует специального рассмотрения.

И, наконец, третий случай относится к измерению геометрических элементов, изготовленных с высокой точностью и аттестованных с помощью средств измерения, имеющих более высокий класс точности, чем КИМ. К таким элементам относятся, рабочие плоскости концевых мер длины, калибровочные сферы и оптические детали.

Проанализируем зависимость погрешности измерения круглости боковой поверхности зеркала от числа точек контроля *n* для первого случая, когда основным источником погрешности является сам объект контроля. При этом относительная погрешность измерения $d\delta$ будет определяться по формуле

$$d\delta = (\delta_\partial - \delta)/\delta_\partial , \qquad (2)$$

где $\delta_{\partial.}$ - действительное значение круглости, δ - экспериментальное значение, полученное в отдельном измерении серии.

В большинстве случаев при многократных измерениях принято в качестве действительного (опорного) значения величины брать ее среднее арифметическое, полученное по всем измерениям в серии. В нашем случае при многократных измерениях характеристик δ в качестве действительного значения необходимо брать не среднее значение характеристики, а ее максимальное $\delta_\partial = \max(\delta_i)$, i = 1, 2, …N. Это правило отражает условие, что погрешность измерений определяется, главным образом, погрешностью изготовления детали, когда погрешностью средства измерения можно пренебречь [2, 3]. Следует учесть также, что характеристика отклонения формы от номинальной равна размаху, то есть, разности максимального и минимального значений координат $\delta = \Delta r_{max} - \Delta r_{min}$.

При построении аналитических моделей для оценки погрешности измерений характеристик формы без существенной потери общности примем, что рассматриваемые случайные величины распределены по нормальному закону, а среднее квадратическое отклонение этих величин s = 1.

Рассмотрим задачу однократного измерения характеристик δ с числом точек контроля n, таким, чтобы относительная погрешность измерения не превышала допустимую $d\delta_0$. Для выполнения этого условия результат измерения круглости δ в соответствии с (2) должен быть не меньше критического значения $\delta_0 = (1- d\delta_0)\ \delta_\partial$. При этом

$$\delta \geq \delta_0 = 2x_0, \qquad (3)$$

где x_0 – граница интервала, которому принадлежат интересующие нас точки. Второй границей этого интервала будет величина 2,6, соответствующая коэффициенту охвата для доверительной вероятности 0,99, см. рисунок 2.

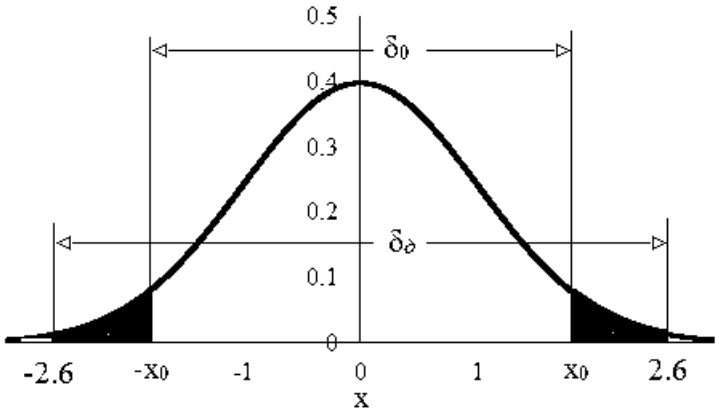

Рисунок 2. Нормальное распределение для s = 1.

Учтем, что в силу симметрии нормального распределения половина точек будет иметь координаты в интервале (-∞; 0), а вторая половина - в интервале (0; ∞). Тогда при выполнении условия

$$\frac{n}{2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-2,6}^{-x_0}\exp(-x^2/2)dx = 1 \qquad (4)$$

второе аналогичное условие для интервала интегрирования [x_0, 2,6] будет выполняться автоматически. При этом координата одной из точек контроля будет принадлежать интервалу [-x_0, -2,6], а другой – интервалу [x_0, 2,6].

Интегральное уравнение (4) относительно неизвестной величины x_0 решалось табличным методом в программе MS Excel. Для этого интеграл в уравнении (4) вычислялся методом прямоугольников с шагом Δx = 0.001, в качестве решения выбиралось значение x_0, при котором с минимальной ошибкой выполняется условие (4). Результаты решения, полученные для различного числа точек контроля n, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты решения интегрального уравнения (4)

N	8	12	16	24	32	48	64	96	128
x_0	0,660	0,949	1,128	1,353	1,497	1,682	1,800	1,952	2,048
$d\delta_0$	0,75	0, 65	0,57	0,48	0,42	0,35	0,31	0,25	0,21

Здесь относительная погрешность измерения $d\delta_0$ определяется по формулам (2), (3), когда в качестве действительного значения берется величина 2,6.

Для приближенной оценки числа точек рассмотрим разложение интеграла вероятности в асимптотический ряд для больших значений случайной величины x_0 [5]

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-x_0}^{x_0}\exp(-x^2/2)dx \approx 1-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\exp(-x_0^2/2)}{x_0}\ . \qquad (5)$$

Выражая x_0 через относительную погрешность $d\delta_0$, с учетом (4), (5) получим оценку для числа точек контроля при однократном измерении параметра δ

$$n \approx 5{,}2\sqrt{2\pi}(1-d\delta)\exp\left[2{,}6^2(1-d\delta)^2/2\right]. \qquad (6)$$

На рисунке 3 приведен график зависимости $d\delta_0 = d\delta_0(n)$, представленной в таблице 1, и графики зависимостей, рассчитанных по формулам (6), а также для числа точек контроля в два раза меньше по сравнению с (6).

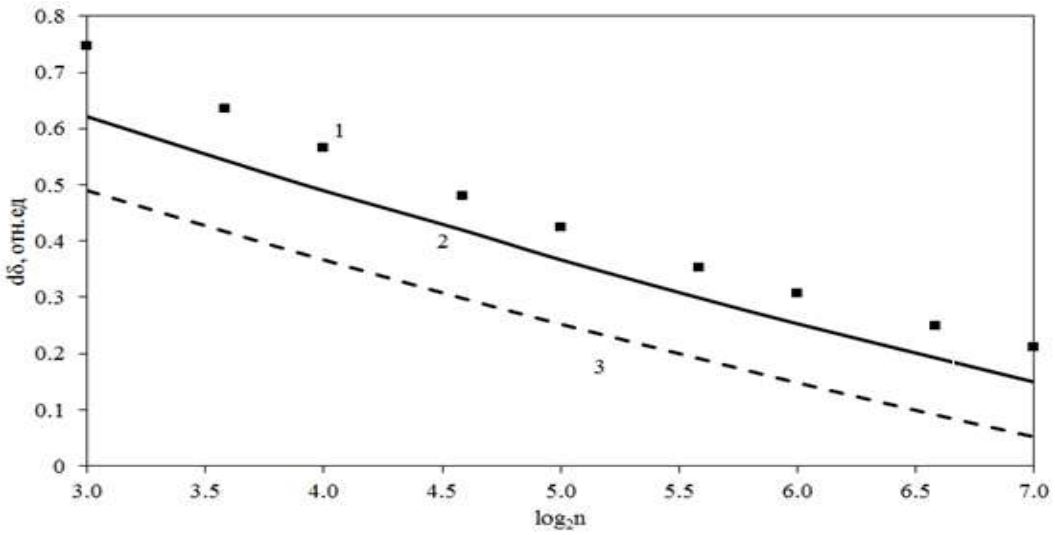

Рисунок. 3. Графики погрешностей: 1- решение уравнения (4), 2 – формула (6), 3 – число точек контроля в два раза меньше по сравнению с (6).

Выполним проверку уравнения (4) и аналитического выражения (6) на основе данных первичной выборки, см. рисунок 1. Оценим вероятность того, что относительная погрешность однократного измерения круглости dδ в соответствии с (2) будет не более критического значения $d\delta_0$, представленного в таблице 1, и значений, вычисленных при использовании аналитических выражений для различного числа точек контроля, например, (6).

Исход опыта считается положительным, если выполняется условие (3). Отношение суммарного числа положительных исходов k к общему числу опытов N определяет доверительную вероятность однократного измерения круглости δ (с заданным числом точек контроля n и относительной погрешностью dδ) P = k/N. Результаты моделирования, полученные методом Монте-Карло, представлены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты расчета доверительной вероятности

Число точек контроля, n	Способ оценки максимального значения относительной погрешности и числа точек контроля	
	Уравнение (4)	Формула (6)
8	0,989	0,930
12	0,993	0,953
16	0,988	0,942
24	0,986	0,952
32	0,988	0,955
48	0,989	0,949
64	0,985	0,935
96	0,990	0,943
128	0,987	0,933

Самую точную оценку зависимости числа точек контроля n от относительной погрешности однократного измерения параметра δ дает уравнение (4), при этом усредненная по числу точек контроля, доверительная вероятность, составляет величину 0,99. Оценка этой зависимости по формуле (6) дает аналогичную вероятность, равную 0.94.

Если задать число точек контроля n в два раза меньше по сравнению с (6), то вероятность, того что относительная погрешность $d\delta$ не превышает критическое значение $d\delta_0$ (см. график 3 на рисунке 3) снизится до 0.68.

Таким образом, согласно графикам, представленным на рисунке 3, и данным из таблицы 2 для относительной погрешности измерения круглости в пределах $0.2 \leq d\delta \leq 0.3$ и доверительной вероятности 0,99 рекомендуется число точек $64 \leq n \leq 128$. Для тех же исходных условий и доверительной вероятности 0,95 рекомендуется число точек $48 \leq n \leq 96$.

Литература

1. Вензель В.И., Данилов М.Ф., Савельева А.А., Семенов А.А. Применение координатно-измерительных машин для сборки осесимметричных двухзеркальных объективов с асферическими зеркалами. Оптический журнал, №2, 2019. С. 68 – 73.
2. Данилов М.Ф., Иванова А.П., Савельева А.А. Оценка погрешности координатных измерений геометрических параметров детали на основе априорной информации. Измерительная техника, № 3, 2018 г. – с. 23-27.
3. Данилов М.Ф., Савельева А.А. Анализ исходных данных неустойчивых задач координатных измерений геометрических параметров деталей. Измерительная техника, № 6, 2018 г. С. 41 – 45.
4. Чевелева А. О., Болотов М.А. Исследование влияния технологической наследственности на формирование методики выполнения измерения на координатно-измерительной машине при выявлении неплоскостности деталей авиастроения // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2012. № 5 (36). С. 118–124.
5. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. Пер. с англ. М. Наука, 1977.