

Научная статья

УДК 621.9.08:531.7

<https://doi.org/10.32446/0132-4713.2021-3-4-21>

Зависимость погрешности координатных измерений характеристик формы геометрических элементов изделий от числа точек контроля

Михаил Федорович Данилов¹✉, Алина Петровна Иванова²

^{1,2}Научно-исследовательский институт оптико-электронного приборостроения, Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия, ¹danilovmf@nioer.ru✉, ²ivanovaar@nioer.ru

Аннотация. Рассмотрены вопросы оценки погрешности координатных измерений характеристик формы геометрических элементов изделий в зависимости от числа точек контроля с учётом заданной доверительной вероятности; разработана методика такой оценки. Предложены аналитические модели оценки погрешности на основе априорных данных аналогично оцениванию неопределённости по типу В. Соответствие модельных и экспериментальных результатов проверено методом Монте-Карло с помощью специально разработанной программы на языке VBA с использованием библиотечных функций пакета «Статистический анализ» программы Microsoft Excel. Исследована такая характеристика формы детали, как круглость. Обнаружено влияние параметров регулярных структур, связанных с особенностями технологических процессов изготовления детали, на параметры функции распределения координат точек контроля. Для выявления и количественной характеристики регулярных структур на поверхности детали применён анализ Фурье. Приведены источники погрешности, оказывающие существенное влияние на результаты измерений характеристик формы геометрических элементов изделий. По результатам статистических расчётов проанализирована зависимость погрешности измерений характеристик формы от числа точек контроля, определена область применения аналитических формул оценки погрешности однократных измерений для заданной доверительной вероятности.

Статья предназначена для специалистов в области практической координатной метрологии и смежных областей.

Ключевые слова: погрешность координатных измерений, имитационное моделирование, статистический анализ

Для цитирования: Данилов М. Ф., Иванова А. П. Зависимость погрешности координатных измерений характеристик формы геометрических элементов изделий от числа точек контроля // Метрология. 2021. № 3. С. 4–21. <https://doi.org/10.32446/0132-4713.2021-3-4-21>

The dependence of coordinate measurements error of the geometric elements shape characteristics of products on the control points number

Mikhail F. Danilov¹, Alina P. Ivanova²

^{1,2}Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering, Sosnovy Bor, Leningrad region, Russia, ¹danilovmf@niiiep.ru, ²ivanovaap@niiiep.ru

Abstract. The issues of estimating the error of coordinate measurements of the shape characteristics of geometric elements of products depending on the number of control points, taking into account a given confidence probability, are considered. Analytical models are proposed for estimating the error based on a priori data, similar to estimating uncertainty by type B. The correspondence of model and experimental results is verified by the Monte Carlo method using a specially developed program in VBA and the library functions of the Statistical Analysis package of the Microsoft Excel program. Such a characteristic of the shape of the part as roundness is investigated. The influence of the parameters of regular structures associated with the features of the technological processes of manufacturing the part on the parameters of the distribution function of the coordinates of the control points is revealed. Fourier analysis is used to identify and quantify regular structures on the surface of the part. The sources of error that have a significant impact on the results of measurements of the shape characteristics of geometric elements of products are given. Based on the results of statistical calculations, the dependence of the measurement error of the shape characteristics on the number of control points is analyzed,

the scope of application of analytical formulas for estimating the error of single measurements for a given confidence probability is determined. The article is intended for specialists in the field of practical coordinate metrology and related fields.

Keywords: coordinate measurement error, simulation modeling, statistical analysis

Введение. Одной из актуальных задач координатной метрологии является достоверная и оперативная оценка погрешности измерений характеристик геометрических элементов изделий [1]. Желательно, чтобы предложенные методики оценки были ориентированы на однократные измерения и соответствовали современным требованиям по точности и достоверности результатов измерений.

Простые аналитические модели для оценки погрешности координатных измерений геометрических параметров механических деталей, таких как форма, взаимное расположение и линейные размеры, предложены в [1]. При построении моделей принято, что распределение координат точек контролируемой поверхности детали подчиняется нормальному закону. В указанных моделях особое место занимают характеристики формы δ геометрических элементов (плоскостность, круглость, цилиндричность), поскольку они используются для оперативной оценки среднеквадратических погрешностей измерений координат точек контроля на поверхности детали.

Вопросы зависимости погрешности однократного измерения характеристик формы геометрических элементов изделий от числа точек контроля рассмотрены в [1, 2]. В условиях заводской лаборатории в основном применяются координатно-измерительные машины и время измерений ограничено. Поэтому одна из актуальных задач координатных измерений – минимизация времени измерений при обеспечении требуемой точности [3–5].

Погрешность измерений зависит от выбора значения доверительной вероятности. В соответствии с современными требованиями [6] совместная оценка доверительного интервала и доверительной вероятности является обязательным элементом представления результатов измерений. Однако задача оценки доверительной вероятности, соответствующей полученным значениям погрешности координатных измерений, не исследована в достаточной степени [1–5].

Цель работы – на основе аналитических выражений разработать методику оценки погрешности координатных измерений характеристик формы в зависимости от числа точек контроля на поверхности исследуемого геометрического элемента. При этом необходимо учесть заданную доверительную вероятность того, что погрешность измерений не превышает значение, определяемое техническим заданием на измерения или соответствующими нормативными документами.

Метод исследования. Обычно для оценки погрешности применяется метод многократных измерений. При этом для достижения низкой погрешности и высокой доверительной вероятности $P \geq 0,99$ необходимо выполнять много опытов. Поэтому в качестве инструмента оценки погрешности часто используется метод Монте-Карло, который обеспечивает более высокую скорость оценки, чем экспериментальный метод. В области координатных измерений наиболее полно и последовательно этот метод реализуется в концепции «Виртуальная координатно-измерительная машина» [7].

Для оценки погрешностей с учетом доверительной вероятности авторы настоящей статьи применяли один из вариантов метода Монте-Карло. Особенность данного варианта в том, что при имитационном моделировании координатных измерений оперируют координатами точек реальной поверхности [2]. При этом в результатах измерения координат содержится информация о погрешностях, обусловленных совокупностью технологических

методов обработки деталей, и об инструментальной погрешности, вносимой средством координатных измерений (в частности, погрешности, связанной с конфигурацией выбранного датчика/щупа).

Данные точек контроля получали путём предварительного сканирования исходной поверхности с большим числом точек первичной выборки. Затем из исходного массива координат точек первичной выборки формировали вторичную выборку в соответствии с применяемыми методиками выполнения измерений. В характеристики указанных методик включали число точек контроля. Вторичную выборку аппроксимировали объектом заменяющей геометрии для получения его параметров. Для набора статистики по искомому геометрическому параметру после его вычисления на основе вторичной выборки повторно имитировали процесс измерения. Далее оценивали границы доверительного интервала для заданной доверительной вероятности.

Для реализации метода Монте-Карло авторы настоящей статьи разработали на языке VBA программу с использованием библиотечных функций пакета «Статистический анализ» программы Microsoft Excel. Из исходного массива координат точек первичной выборки большого объёма по случайному закону формировали вторичные выборки с различным числом n точек контроля (выборки меньшего объёма). Для оценки доверительной вероятности $P=0,99$ экспериментальными методами необходимое число опытов $N \geq 100$. Чтобы повысить точность оценки, установили $N=1000$ для каждого набора точек контроля.

Результаты координатных измерений. Координаты точек контроля получены способом предварительного дискретного сканирования в сечении боковой поверхности круглой детали с помощью координатно-измерительной машины. В дальнейшем значения координат измеренных точек экспортировали в текстовый файл в формате *xyzijk*, используемом в программе PC DMIS.

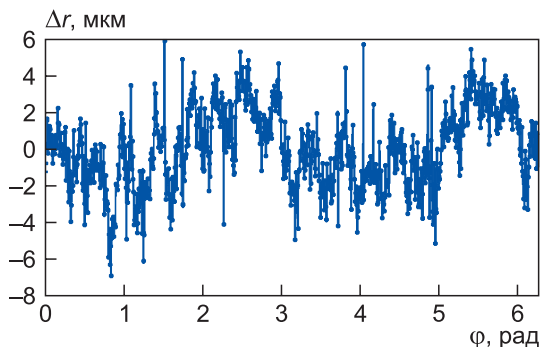


Рис. 1. Отклонение полярного радиуса точки Δr_i от номинального значения в зависимости от полярного угла φ_i – исходная выборка

Fig. 1. Deviation of the polar radius of a point Δr_i from the nominal value depending on the polar angle φ_i – original sample

Для оценки круглости декартовые координаты преобразовывали в полярные в системе координат с началом в центре окружности x_0, y_0 и из полярного радиуса вычитали радиус окружности R_0 :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \arctg(y_i/x_i); \\ \Delta r_i &= \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - R_0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где Δr_i – отклонение полярного радиуса точки от номинального значения; φ_i – полярный угол; x_i, y_i – координаты точек экспериментальной выборки, $i=1, 2, \dots, 1024$; x_0, y_0, R_0 – параметры окружности, определённые в программе PC DMIS методом наименьших квадратов по всем точкам выборки.

На рис. 1 представлен график функции $\Delta r_i(\varphi_i)$, построенный в соответствии с (1). Кроме случайной составляющей на графике наблюдается регулярное изменение координат точек контроля с периодом, приближённо равным половине всего интервала наблюдения 2π . Для выявления скрытых регулярных структур, связанных

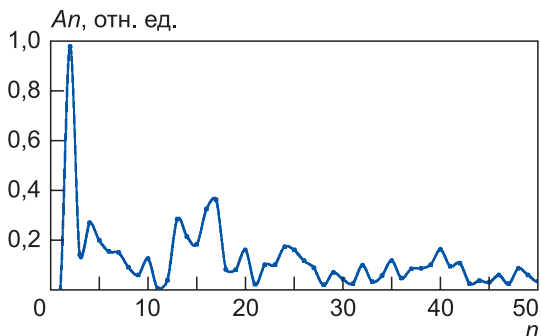


Рис. 2. Амплитудный спектр исходной выборки $\Delta r_i(\varphi_i)$

Fig. 2. The amplitude spectrum of the original sample $\Delta r_i(\varphi_i)$

с несовершенством технологических процессов изготовления деталей, широко применяется анализ Фурье, см. например [2, 8]. Отмеченное наблюдение (см. рис. 1) подтверждается дискретным преобразованием Фурье функции $\Delta r_i(\varphi_i)$ (рис. 2). В спектре выборки вторая гармоника характеризуется максимальной амплитудой A и периодом π . Для выявления возможных причин появления регулярной составляющей функции $\Delta r_i(\varphi_i)$ выполняли ряд опытов с поворотом детали на определённый угол φ . В указанных опытах наблюдали соответствующее изменение начальной фазы второй гармоники. На этом основании сделан вывод: отмеченная особенность спектра обусловлена эллипсоидальной формой детали с небольшим эксцентриситетом $\varepsilon \sim 10^{-5}$ или погрешностью базирования, связанной с угловой децентрировкой контролируемой поверхности относительно геометрических баз.

Методом обратного преобразования Фурье восстановили функцию $\Delta r_i(\varphi)$ в двух вариантах: предварительно уменьшив амплитуду A_2 второй гармоники в 2 раза; увеличив амплитуду A_2 второй гармоники в 2 раза. Далее с помощью функций стандартной библиотеки «Анализ данных» в Microsoft Excel

выполнили сравнительный статистический анализ следующих выборок: исходной и двух вариантов после преобразования второй гармоники. Результаты этого анализа приведены в табл. 1, где $\Delta\bar{r}$ – среднее арифметическое выборки; s – стандартное отклонение; k_3 – коэффициент (показатель) эксцесса; k_a – коэффициент асимметрии; R – размах; Δr_{\min} , Δr_{\max} – минимальное и максимальное значения выборки. В программе PC DMIS статистический параметр $R = |\Delta r_{\max} - \Delta r_{\min}|$ соответствует геометрическому параметру δ (круглость), а s – среднему квадратическому отклонению (СКО). В табл. 1 также представлены параметры выборки с числом точек $n=1024$, полученной методом Монте-Карло, с нормальным распределением и стандартным отклонением, близким к стандартному отклонению экспериментальной выборки.

Т а б л и ц а 1

Результаты сравнительного статистического анализа исходной и преобразованных выборок

Параметр	Выборка			Имитация выборки
	Исходная	$0,5A_2$	$2A_2$	
$\Delta\bar{r}$	0,000	0,000	0,000	0,000
s	0,002	0,002	0,003	0,002
k_3	-0,394	0,129	-0,885	-0,135
k_a	-0,038	-0,119	0,075	0,061
R	0,013	0,013	0,016	0,012
Δr_{\min}	-0,007	-0,006	-0,009	-0,006
Δr_{\max}	0,006	0,007	0,007	0,006

При измерениях характеристик формы геометрических элементов для проверки нормальности распределения наиболее подходят критерии, основанные на показателях асимметрии k_a и эксцесса k_3 , так как закон распределения характеристик формы (размах выборки) зависит от значений в крыльях функции плотности распределения (рис. 3). Именно крылья наиболее чувствительны к отклонениям показателей асимметрии и эксцесса от нормального закона.

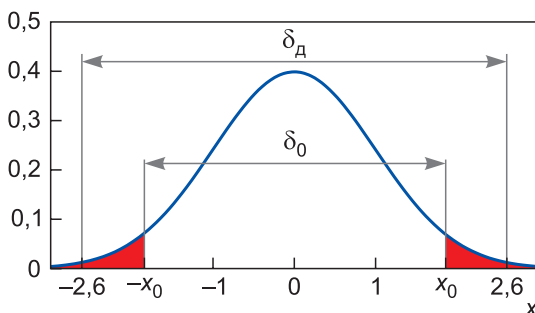


Рис. 3. Нормальное распределение для среднего квадратического отклонения $s=1$; δ_0 , δ_d – граничное и действительные значения характеристики формы (круглости) соответственно

Fig. 3. The normal distribution for the mean square deviation $s=1$; δ_0 , δ_d – the boundary and real values of the shape characteristic (roundness), respectively

Согласно табл. 1 отвергается нулевая гипотеза о нормальном распределении координат точек выборки с удвоенной амплитудой второй гармоники в части показателя эксцесса (отмечено полужирным шрифтом). В остальных трёх случаях нулевая гипотеза не отвергается. Из табл. 1 также следует, что наилучшее соответствие нормальному распределению по показателю эксцесса имеет выборка с уменьшенной в два раза амплитудой второй гармоники.

Быструю оценку СКО по размаху R выборки большого (около 10^3) объёма можно выполнить по формуле $s \approx R/6$ [9], предположив, что при нормальном распределении размах $6s$ включает 99,7 % всех значений. Для выборки объёмом примерно 100 и доверительной вероятности 99 % СКО оценивается по формуле [1]:

$$s \approx \delta/5,2. \quad (2)$$

При нормальном распределении выборочное значение СКО отличается от теоретического (2) только в четвёртом знаке после

запятой [1]. В остальных случаях, включая отличные от нормального распределения, эти параметры отличаются на единицу в третьем знаке после запятой. Погрешность оценки СКО по формуле (2) 0,001 мм согласуется с погрешностью используемого средства измерений. При этом для любого числа точек контроля $100 \leq n \leq 1000$ среднеквадратическая погрешность измерения координат точек поверхности детали составляет $\delta/2$.

Для определения характеристики формы геометрического элемента по данным вторичной выборки находили максимальное Δr_{\max} и минимальное Δr_{\min} отклонения полярного радиуса точки от его номинального значения (1) и размах (круглость) $\delta = \Delta r_{\max} - \Delta r_{\min}$. В данном случае исходную экспериментальную выборку рассматривали как аналог генеральной совокупности. Для неё проводили статистический анализ и находили СКО s . Значение круглости $\delta = 0,013$ мм, определённое по всем точкам этой выборки, принимали в качестве истинного значения, а $\delta = 5,2s = 0,010$ мм – в качестве действительного значения для доверительной вероятности $P = 0,99$.

Рассмотрим условия, оказывающие наиболее сильное влияние на погрешность измерений характеристик формы. В первом случае основной вклад в погрешность вносит сам объект контроля, погрешность изготовления геометрических элементов которого много больше, чем составляющая погрешности, обусловленная средством измерений (СИ) [1]. Эта ситуация чаще всего встречается при решении практических задач контроля геометрических параметров механических деталей. Во втором случае погрешность изготовления детали оказывается одного порядка с погрешностью СИ. Тогда измерение геометрических параметров с высокой точностью является нетривиальной задачей и требует специального рассмотрения. Третий случай относится к измерению геометрических элементов, изготовленных с высокой точностью и аттестованных с помощью СИ более высокого класса

точности, чем координатно-измерительные машины. К таким элементам относятся рабочие плоскости концевых мер длины, калибровочные сферы и высокоточные поверхности оптических деталей.

Современные версии программного обеспечения, использующие математические модели деталей, например «PC DMIS CAD++», дают возможность сравнивать измеренные координаты точек с номинальными значениями координат точек модели при автоматическом исключении линейных и угловых децентрировок, что очень важно для контроля формы поверхности. Если учесть, что оптические поверхности изготавливаются с точностью около 0,01 мкм и контролируются интерферометрическими методами, то максимальное отклонение $\Delta Z_{\max} = 0,6 \dots 0,7$ мкм [10] измеренных координат Z_m точек от номинальных координат Z_n оптической поверхности можно принять в качестве оценки реальной погрешности измерения координат. Отметим также, что погрешность $\Delta \approx 1$ мкм согласуется с номинальной погрешностью измерения длины трёхкоординатных измерительных машин DEA GLOBAL (Италия) (№ 2242805 в Госреестре СИ от 21.08.2005).

Аналитические модели. При построении аналитических моделей оценки погрешности измерений характеристик формы анализировали зависимость погрешности от числа точек контроля n . Для упрощения задачи исключали этап построения объекта заменяющей геометрии. При оценке погрешности учитывали только характеристики объекта контроля без учёта погрешности аппроксимации координат измеренных точек вторичной выборки. Относительную погрешность измерения $d\delta$ определяли по формуле

$$d\delta = (\delta_d - \delta) / \delta_d, \quad (3)$$

где δ_d , δ – действительное и экспериментальное, полученное в отдельном измерении серии, значения круглости соответственно.

В большинстве случаев при многократных измерениях принято в качестве действительного значения величины брать её среднее арифметическое, полученное по всем измерениям в серии. В серии измерений существует зависимость между СКО s отдельного измерения и СКО $s_{\bar{x}} = s/\sqrt{N}$ среднего арифметического, поэтому погрешность измерений вследствие действия случайных причин можно уменьшить в \sqrt{N} раз [3].

В рассматриваемом случае при многократных измерениях характеристик δ в качестве действительного значения необходимо использовать не среднее, а максимальное значение характеристики $\delta_d = \max(\delta_i), i=1, 2, \dots, N$. Это правило отражает условие: погрешность измерений определяется, главным образом, погрешностью изготовления детали, при этом погрешностью СИ можно пренебречь. Следует учесть также, что характеристика отклонения формы от номинальной равна размаху $\delta = \Delta r_{\max} - \Delta r_{\min}$.

При построении аналитических моделей для оценки погрешности измерений характеристик формы без существенной потери общности примем, что рассматриваемые случайные величины распределены по нормальному закону, а СКО этих величин $s=1$.

Рассмотрим задачу однократного измерения характеристик δ с числом точек контроля n , таким, чтобы относительная погрешность измерения не превышала допустимую погрешность $d\delta_0$. Для выполнения этого условия результат измерения характеристик формы δ в соответствии с (3) должен быть не меньше граничного значения $\delta_0 = (1 - d\delta_0)\delta_d$:

$$\delta \geq \delta_0 = 2x_0, \quad (4)$$

где x_0 – одна из границ рассматриваемого интервала (второй границей этого интервала будет значение 2,6, соответствующее доверительному коэффициенту (коэффициенту Стьюдента) для доверительной вероятности 0,99, см. рис. 3).

Учтём, что в силу симметрии нормального распределения координаты половины точек будут в интервале $(-\infty; 0)$, а второй половины – в интервале $(0; \infty)$. Тогда при выполнении условия

$$\frac{n}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x_0}^{x_0} \exp(-x^2/2) dx = 1 \quad (5)$$

второе аналогичное условие для интервала интегрирования $[x_0; 2,6]$ будет выполняться автоматически. При этом значение Δr_i одной из точек контроля будет принадлежать интервалу $[-x_0; -2,6]$, а другой – интервалу $[x_0; 2,6]$.

Интегральное уравнение (5) относительно неизвестной величины x_0 решалось табличным методом в программе MS Excel. Для этого интеграл в уравнении (5) вычислялся методом прямоугольников с шагом $\Delta x = 0,001$. В качестве решения выбиралось значение x_0 , при котором с минимальной погрешностью выполняется условие (5). Результаты решения, полученные для различного числа точек контроля n , представлены в табл. 2, где относительная погрешность измерения $d\delta_0$ определялась по формулам (3), (4) при действительном значении характеристики формы 5,2.

Т а б л и ц а 2

Результаты решения интегрального уравнения (5) для различного числа точек контроля n

Параметр	8	12	16	24	32	48	64	96	128
x_0	0,660	0,949	1,128	1,353	1,497	1,682	1,800	1,952	2,048
$d\delta_0$	0,75	0,64	0,57	0,48	0,42	0,35	0,31	0,25	0,21

Для приближённой оценки числа точек рассмотрим разложение интеграла вероятности в асимптотический ряд для больших значений случайной величины x_0 [11]:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x_0}^{x_0} \exp(-x^2/2) dx \approx 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp(-x_0^2/2)}{x_0} \quad (6)$$

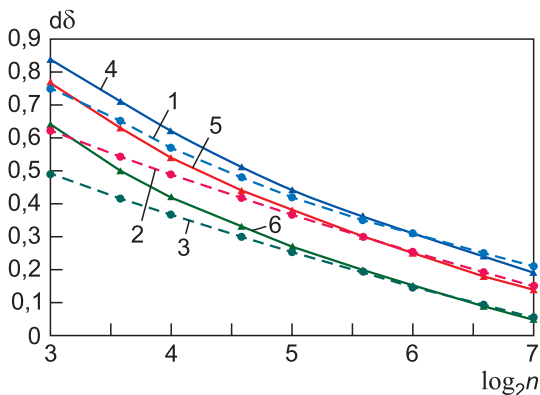


Рис. 4. Зависимость погрешности от числа точек контроля: 1 – расчёт по формуле (5); 2, 3 – расчёт по формуле (7) при числе точек контроля n , $n/2$ соответственно; 4–6 – оценка методом Монте-Карло при доверительной вероятности 0,99; 0,95; 0,75 соответственно

Fig. 4. The dependence of the error on the number of control points: 1 – calculation according to the formula (5); 2, 3 – calculation according to the formula (7) with the number of controls n , $n/2$ respectively; 4–6 – estimated by the Monte Carlo method with a confidence probability of 0.99; 0.95; 0.75 respectively

Выражая x_0 через относительную погрешность $d\delta_0$, с учётом (5), (6) получим оценку для числа точек контроля при однократном измерении параметра δ :

$$n \approx 5,2\sqrt{2\pi}(1-d\delta)\exp\left[2,6^2(1-d\delta)^2/2\right]. \quad (7)$$

На рис. 4 приведены зависимости $d\delta_0 = d\delta_0(n)$ (см. табл. 2), а также рассчитанные по формуле (7) для n и для $n/2$ (кривые 1–3 соответственно).

Статистические исследования. Проверим уравнение (5) и аналитические выражения вида (7) для различного числа точек контроля n . Для этого найдём верхние границы доверительных интервалов $0 \leq d\delta \leq d\delta_0(n)$ для трёх значений доверительной

вероятности P_0 : 0,99; 0,95; 0,75. Полученные методом Монте-Карло вторичные выборки координат используем для построения элементов заменяющей геометрии – окружностей с параметрами x_0, y_0, R_0 .

В каждом опыте по формуле (1) вычислим $\Delta r_i, i=1, 2, \dots, n$, а также найдём $\Delta r_{\min}, \Delta r_{\max}$ и размах $\delta = \Delta r_{\max} - \Delta r_{\min}$. Исход опыта считается положительным, если выполняется условие (4). Отношение суммарного числа положительных исходов k к общему числу опытов N определяет доверительную вероятность $P = k/N$ для выбранного доверительного интервала.

Если для выбранного значения границы $d\delta_0(n)$ вероятность $P < P_0$, то $d\delta_0(n)$ увеличивается до тех пор, пока не выполняется условие $P_0 \leq P$. Отметим, что в соответствии с (3) погрешность измерения растёт, когда измеренная круглость уменьшается.

Результаты моделирования представлены в табл. 3, а также на рис. 4. Из рис. 4 следует, что для числа точек контроля $48 \leq n \leq 128$ зависимость $d\delta(n)$ определяется уравнением (5) с доверительной вероятностью $P = 0,99$ и формулой (7) для числа точек контроля n при $P = 0,95$ и для $n/2$ при $P = 0,75$ (кривые 4–6 соответственно).

Т а б л и ц а 3

**Результаты расчёта относительной погрешности
при различных значениях P**

n	P		
	0,99	0,95	0,75
8	0,84	0,77	0,64
12	0,71	0,63	0,50
16	0,62	0,54	0,42
24	0,51	0,44	0,33
32	0,44	0,38	0,27
48	0,36	0,3	0,20
64	0,31	0,25	0,15
96	0,24	0,18	0,09
128	0,19	0,14	0,05

При $n < 48$ кривые 1–3 (см. рис. 4), построенные по аналитическим формулам, заметно отличаются от кривых 4–6, полученных методами имитационного моделирования. Вероятно, это обусловлено тем, что в последнем случае используются объекты заменяющей геометрии – окружности, построенные методом наименьших квадратов по малому числу точек контроля n .

Заключение. Предложенная в настоящей работе методика оценки доверительного интервала и доверительной вероятности измерений на основе аналитических моделей позволяет связать воедино погрешность координатных измерений характеристик формы геометрических элементов изделий, число точек контроля и доверительную вероятность того, что погрешность однократного измерения не превышает заданное значение.

Результаты статистических исследований, выполненных методом Монте-Карло, дают возможность достаточно точно определить область применения аналитических моделей, которая характеризуется предельными значениями погрешности при заданных значениях доверительной вероятности, и рекомендуемые значения числа точек контроля.

Согласно данным табл. 3 и рис. 4 для получения относительной погрешности измерения круглости в пределах $0,2 \leq d\delta \leq 0,3$ при доверительной вероятности 0,99 рекомендуемое число точек контроля $64 \leq n \leq 128$, а при доверительной вероятности 0,95 – $48 \leq n \leq 96$.

Список литературы

1. Данилов М. Ф., Иванова А. П., Савельева А. А. Оценка погрешности координатных измерений геометрических параметров детали на основе априорной информации // Измерительная техника. 2018. № 3. С. 23–27.

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-3-23-27>

2. Чевелева А. О., Болотов М. А. Исследование влияния технологической наследственности на формирование методики выполнения измерения на координатно-измерительной машине при выявлении неплоскостности деталей

авиастроения // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королёва. 2012. № 5 (36). С. 118–124.

3. Селиванов М. Н., Фридман А. Э., Кудряшова Ж. Ф. Качество измерений. Метрологическая справочная книга. Л.: Лениздат, 1987, 295 с.

4. Flack D., *CMM measurement strategies, NPL Measurement good practice guide*, no. 42, 2001, National Physical Laboratory, UK, 99 p.

5. Maheshwari N., *On the selection of CMM based inspection methodology for circularity tolerances*, Elsevier, 2001, 58 p.

6. Серенков П. С. Применение непараметрических моделей оценивания неопределённости результатов измерений // Вестник Белорусско-Российского университета. Приборостроение. 2015. № 3 (48). С. 109–115.

7. R. G. Wilhelm, R. Hocken, H. Schwenke, *CIRP Annals, Manufacturing Technology*, 2001, vol. 50, iss. 2, pp. 553–563.
[https://doi.org/10.1016/s0007-8506\(07\)62995-3](https://doi.org/10.1016/s0007-8506(07)62995-3)

8. Кононогов С. А., Лысенко В. Г. Координатная метрология: Монография. М.: АСМС, 2010. 380 с.

9. Закс Л. Статистическое оценивание: Пер. с нем. М.: Статистика, 1976. 320 с.

10. Вензель В. И., Данилов М. Ф., Савельева А. А., Семенов А. А. Применение координатно-измерительных машин для сборки осесимметричных двухзеркальных объективов с сферическими зеркалами // Оптический журнал. 2019. № 2. С. 68–73. <https://doi.org/10.17586/1023-5086-2019-86-02-68-73>

11. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы: Пер. с англ. М.: Наука, 1977, 228 с.

References

1. Danilov M. F., Ivanova A. P., Savelieva A. A., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, pp. 238–243. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1415-4>

2. Cheveleva A. O., Bolotov M. A., Research of technological heredity influence on setting of procedure of measurements on coordinate-measurement machine in case of out-of-flatness detecting for aircraft engineering parts, *Vestnik samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S. P. Korolyova*, 2012, no 5, pp. 118–124. (In.Russ.)

3. Selivanov M. N., Friedman, A. E., Kudryashova J. F. *Kachestvo izmerenij, Metrologicheskaya spravochnaya kniga [Measurement quality, Metrological reference book]*, Leningrad, Lenizdat Publ., 1987, 295 p. (In.Russ.)

4. Flack D., *CMM measurement strategies, NPL Measurement good practice guide*, no. 42, 2001, National Physical Laboratory, UK, 99 p.

5. Maheshwari N., *On the selection of CMM based inspection methodology for circularity tolerances*, Elsevier, 2001, 58 p.

6. Serenkov P. S., Application of nonparametric models for uncertainty estimation of results of measurements, *Vestnik of Belarusian-Russian University, Instrument Engineering*, 2015, no. 3 (48), pp. 109–115. (In.Russ.)

7. R. G. Wilhelml, R. Hocken, H. Schwenke, *CIRP Annals, Manufacturing Technology*, 2001, vol. 50, iss. 2, pp. 553–563.

[https://doi.org/10.1016/s0007-8506\(07\)62995-3](https://doi.org/10.1016/s0007-8506(07)62995-3)

8. Kononogov S. A., Lysenko V. G., *Koordinatnaya metrologiya: Monografiya [Coordinate metrology]*, Moscow, ASMS, 2010, 380 p. (In.Russ.)

9. Sachs L., *Statistische auswertungsmethoden*, Berlin, New York, Heidelberg, Springer-Verlag, 1972, 548 pp. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-10037-0>

10. Wenzel V. I., Danilov M. F., Savelieva A. A., Semenov A. A., Application of coordinate-measuring machines for assembling axisymmetric two-mirror lenses with aspherical mirrors, *Journal of Optical Technology*, no. 2, 2019, pp. 68–73. <https://doi.org/10.17586/1023-5086-2019-86-02-68-73> (In.Russ.)

11. Dwight H. B., *Tables of integrals and other mathematical data. Fourth edition*, New York, The Macmillan company, 1961, 228 pp.

Статья поступила в редакцию 12.05.2021; принята к публикации 15.07.2021.